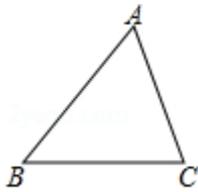


33 中 2018-2019 学年九年级（下）开学测试

数学试卷

一、选择题：（本大题 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分）在每个小题的下面，都给出了代号为 A、B、C、D 的四个答案，其中只有一个是正确的，请将正确答案的代号填在答卷上。

1. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A=60^\circ$ ， $BC=2cm$ 。能够将 $\triangle ABC$ 完全覆盖的最小圆形纸片的直径为（ ）

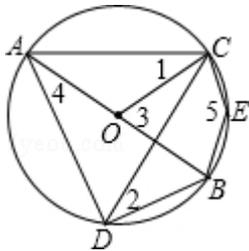


- A. $\sqrt{3}cm$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}cm$ C. $2cm$ D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}cm$

2. 如图，在 $\odot O$ 中，直径 AB 垂直弦 CD ， E 为 BC 弧上一点，下列结论：

① $\angle 1 = \angle 2$ ； ② $\angle 3 = 2\angle 4$ ； ③ $\angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$.

其中正确的是（ ）

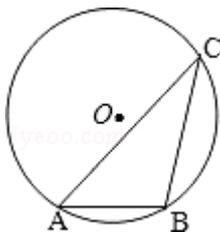


- A. ①③ B. ①② C. ①②③ D. ②③

3. 点 $A(-5, 2)$ 关于原点 O 对称的点为 B ，则点 B 的坐标是（ ）

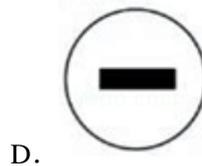
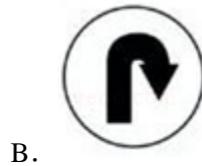
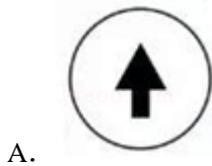
- A. $(-5, -2)$ B. $(5, -2)$ C. $(-5, 2)$ D. $(5, 2)$

4. 如图， $\odot O$ 的弦 AB 等于它的半径，点 C 在优弧 AB 上，则（ ）

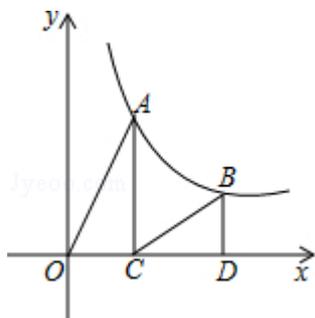


- A. $\angle ACB=30^\circ$ B. $\angle ACB=60^\circ$ C. $\angle ABC=110^\circ$ D. $\angle CAB=70^\circ$

5. 下列交通标志中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）

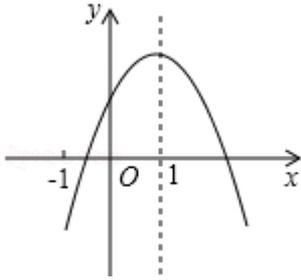


6. 若六边形的边心距为 $\sqrt{3}$, 则这个正六边形的周长为 ()
- A. 6 B. 9 C. 12 D. 18
7. 已知方程 $x^2 - 3x - k = 0$ 的一个根为 -2 , 那么它的另一个根为 ()
- A. 5 B. 1 C. 3 D. -2
8. 同时投掷两个骰子, 点数的和大于 10 的概率为 ()
- A. $\frac{1}{16}$ B. $\frac{1}{12}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{4}$
9. 如图, 点 A, B 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 图象上的两点, 过点 A, B 分别作 $AC \perp x$ 轴于点 $C, BD \perp x$ 轴于点 D , 连接 OA, BC , 已知点 $C(2, 0), BD = 3, S_{\triangle BCD} = 3$, 则 $S_{\triangle AOC}$ 为 ()



- A. 2 B. 3 C. 4 D. 6
10. 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = \frac{1}{2}(x+1)^2 - \frac{1}{2}$ 的顶点是 ()
- A. $(1, -\frac{1}{2})$ B. $(-1, \frac{1}{2})$ C. $(-1, -\frac{1}{2})$ D. $(1, \frac{1}{2})$
11. 已知反比例函数 $y = \frac{k^2 + 4k + 5}{x}$ 图象上有三点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$ 且 $x_1 > x_2 > 0 > x_3$, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系为 ()
- A. $y_1 > y_2 > y_3$ B. $y_1 > y_3 > y_2$ C. $y_2 > y_1 > y_3$ D. $y_2 > y_3 > y_1$
12. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图, 有下列 5 个结论: ① $4a + 2b + c > 0$; ② abc

<0 ; ③ $b < a - c$; ④ $3b > 2c$; ⑤ $a + b < m(am + b)$, ($m \neq 1$ 的实数); 其中正确结论的个数为 ()

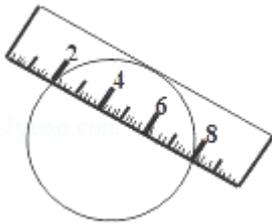


- A. 2个 B. 3个 C. 4个 D. 5个

二、填空题: (本大题 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分).

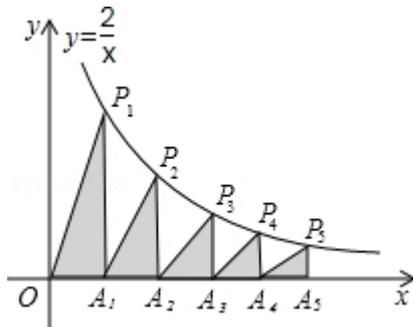
13. 如果将抛物线 $y = x^2 + 2$ 向下平移 1 个单位, 那么所得新抛物线的解析式为_____.

14. 如图, 一宽为 2cm 的刻度尺在圆上移动, 当刻度尺的一边与圆相切时, 另一边与圆两个交点处的读数恰好为“2”和“8”(单位: cm), 则该圆的半径为_____ cm .



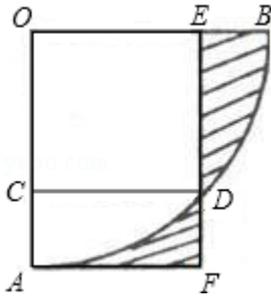
15. 含有 4 种花色的 36 张扑克牌的牌面都朝下, 每次抽出一张记下花色后再原样放回, 洗匀牌后再抽, 不断重复上述过程, 记录抽到红心的频率为 25%, 那么其中扑克牌花色是红心的大约有_____张.

16. 如图, 在 x 轴的正半轴上依次截取 $OA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = A_4A_5$, 过点 A_1 、 A_2 、 A_3 、 A_4 、 A_5 分别作 x 轴的垂线与反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ ($x \neq 0$) 的图象相交于点 P_1 、 P_2 、 P_3 、 P_4 、 P_5 , 得直角三角形 OP_1A_1 、 $A_1P_2A_2$ 、 $A_2P_3A_3$ 、 $A_3P_4A_4$ 、 $A_4P_5A_5$, 并设其面积分别为 S_1 、 S_2 、 S_3 、 S_4 、 S_5 , 则 $S_{10} =$ _____ . ($n \geq 1$ 的整数)

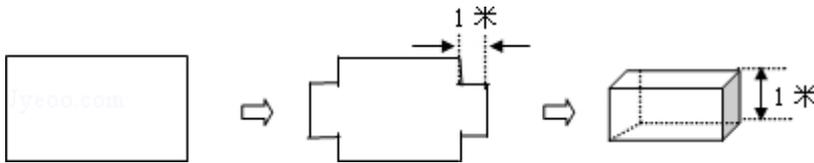


17. 如图, 扇形 AOB 的圆心角为 90° , 四边形 $OCDE$ 是边长为 1 的正方形, 点 C 、 E 、 D

分别在 OA 、 OB 、 AB 上，过 A 作 $AF \perp ED$ 交 ED 的延长线于点 F ，那么图中阴影部分的面积为_____。



18. 如图，张大叔从市场上买回一块矩形铁皮，他将此矩形铁皮的四个角各剪去一个边长为 1 米的正方形后，剩下的部分刚好能围成一个容积为 15 米^3 的无盖长方体箱子，且此长方体箱子的底面长比宽多 2 米，现已知购买这种铁皮每平方米需 20 元钱，算一算张大叔购回这张矩形铁皮共花了_____元钱。



三、解答题：（本大题 2 个小题，每小题 8 分，共 16 分）解答时每小题必须给出必要的演算过程或推理步骤，请将解答书写在答题卡中对应的位置上。

19. （8 分）解方程：

(1) $x^2 - 8x - 1 = 0$

(2) $(x - 2)^2 - 6(x - 2) + 8 = 0$

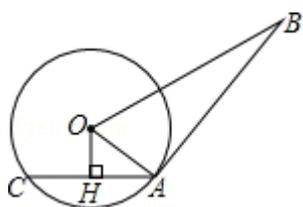
20. （8 分）在电视台举行的“超级女生”比赛中，甲、乙、丙三位评委对选手的综合表现，分别给出“待定”或“通过”的结论。

- (1) 写出三位评委给出 A 选手的所有可能的结论；
- (2) 对于选手 A，只有甲、乙两位评委给出相同结论的概率是多少？

四、解答题：（本大题 4 个小题，每小题 10 分，共 40 分）解答时每小题必须给出必要的演算过程或推理步骤，请将解答书写在答题卡中对应的位置上。

21. （10 分）如图， AB 是 $\odot O$ 的切线， A 为切点， AC 是 $\odot O$ 的弦，过 O 作 $OH \perp AC$ 于点 H 。若 $OH = 3$ ， $AB = 8$ ， $BO = 10$ 。求：

- (1) $\odot O$ 的半径；
- (2) 弦 AC 的长（结果保留根号）。

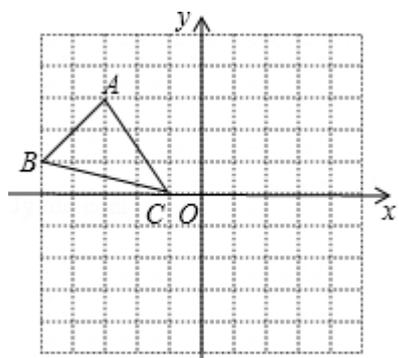


22. (10分) 已知关于 x 的方程 $x^2 - 2(m+1)x + m^2 = 0$

- (1) 当 m 取何值时，方程有两个实数根；
- (2) 为 m 选取一个适合的整数，使方程有两个不相等的实数根，并求出这两个实数根.

23. (10分) 已知网格上最小的正方形的边长为 1，如图所示建立直角坐标系.

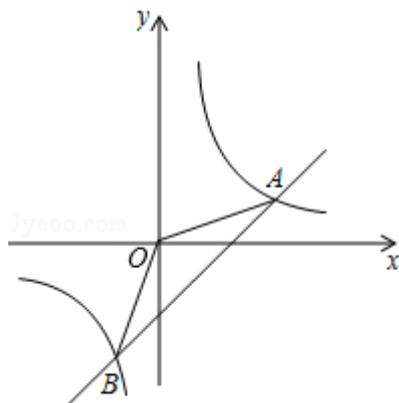
- (1) 分别写出 A 、 B 、 C 三点的坐标；
- (2) 作 $\triangle ABC$ 关于原点 O 的对称图形 $\triangle A'B'C'$ (不写作法)；
- (3) 求 $\triangle ABC$ 的面积.



24. (10分) 如图，反比例函数 $y_1 = \frac{k}{x}$ 的图象与一次函数 $y_2 = x - 2$ 的图象交于点 $A(a, 2)$

和点 B ，连接 OA ， OB 。

- (1) 求反比例函数的解析式和点 B 的坐标；
- (2) 求 $\triangle AOB$ 的面积；
- (3) 观察图象，直接写出满足 $y_1 > y_2$ 的实数 x 的取值范围.



五、解答题：(本大题 2 个小题，25 小题 10 分，26 小题 12 分，共 22 分) 解答时每小题必

须给出必要的演算过程或推理步骤，请将解答书写在答题卡中对应的位置上。

25. (10分) 阅读题.

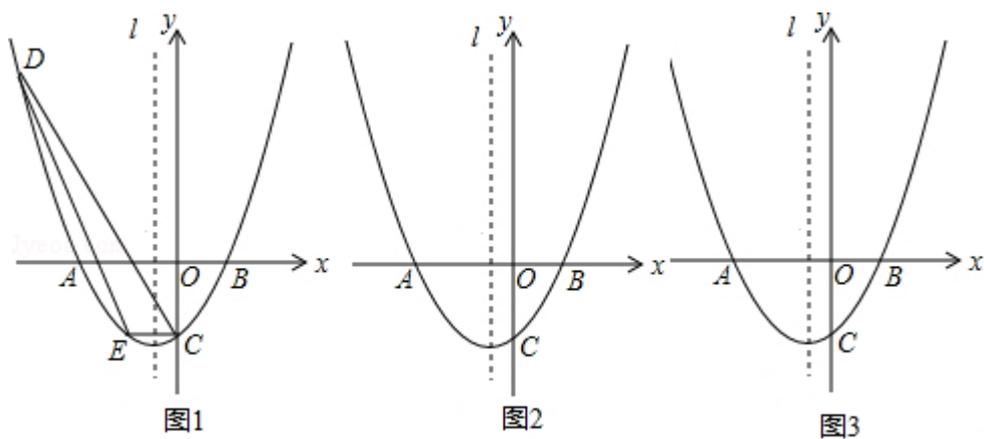
材料一：若一个整数 m 能表示成 $a^2 - b^2$ (a, b 为整数) 的形式，则称这个数为“完美数”. 例如， $3=2^2 - 1^2$ ， $9=3^2 - 0^2$ ， $12=4^2 - 2^2$ ，则 3, 9, 12 都是“完美数”；再如， $M=x^2+2xy = (x+y)^2 - y^2$ ，(x, y 是整数)，所以 M 也是“完美数”.

材料二：任何一个正整数 n 都可以进行这样的分解： $n=p \times q$ (p, q 是正整数，且 $p \leq q$). 如果 $p \times q$ 在 n 的所有这种分解中两因数之差的绝对值最小，我们就称 $p \times q$ 是 n 的最佳分解，并且规定 $F(n) = \frac{p}{q}$. 例如 $18=1 \times 18=2 \times 9=3 \times 6$ ，这三种分解中 3 和 6 的差的绝对值最小，所以就有 $F(18) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$. 请解答下列问题：

- (1) 8 _____ (填写“是”或“不是”) 一个完美数， $F(8) =$ _____.
- (2) 如果 m 和 n 都是“完美数”，试说明 mn 也是完美数”.
- (3) 若一个两位数 n 的十位数和个位数分别为 x, y ($1 \leq x \leq y \leq 9$)， n 为“完美数”且 $x+y$ 能够被 8 整除，求 $F(n)$ 的最大值.

26. (12分) 如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y=x^2+2x-3$ 与 x 轴交于 A, B 两点 (点 A 在点 B 的左侧)，与 y 轴交于点 C ，对称轴为直线 l ，点 $D(-4, n)$ 在抛物线上.

- (1) 求直线 CD 的解析式；
- (2) E 为直线 CD 下方抛物线上的一点，连接 EC, ED ，当 $\triangle ECD$ 的面积最大时，在直线 l 上取一点 M ，过 M 作 y 轴的垂线，垂足为点 N ，连接 EM, BN ，若 $EM=BN$ 时，求 $EM+MN+BN$ 的值.
- (3) 将抛物线 $y=x^2+2x-3$ 沿 x 轴正方向平移得到新抛物线 y' ， y' 经过原点 O ， y' 与 x 轴的另一个交点为 F ，设 P 是抛物线 y' 上任意一点，点 Q 在直线 l 上， $\triangle PFQ$ 能否成为以点 P 为直角顶点的等腰直角三角形？若能，直接写出点 P 的坐标，若不能，请说明理由.

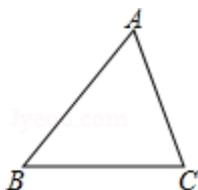


33 中 2018-2019 学年九年级（下）开学测试数学试卷

参考答案与试题解析

一、选择题：（本大题 12 个小题，每小题 4 分，共 48 分）在每个小题的下面，都给出了代号为 A、B、C、D 的四个答案，其中只有一个是正确的，请将正确答案的代号填在答卷上。

1. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A=60^\circ$ ， $BC=2cm$ 。能够将 $\triangle ABC$ 完全覆盖的最小圆形纸片的直径为（ ）



A. $\sqrt{3}cm$

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}cm$

C. $2cm$

D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}cm$

【分析】连接 OB 、 OC ，作 $OD \perp BC$ 于点 D ，根据圆周角定理得到 $\angle BOC=120^\circ$ ，根据等腰三角形的性质得到 $\angle BOD=60^\circ$ ，根据正弦的定义计算即可。

【解答】解：设圆的圆心为点 O ，能够将 $\triangle ABC$ 完全覆盖的最小圆是 $\triangle ABC$ 的外接圆，连接 OB 、 OC ，作 $OD \perp BC$ 于点 D ，

则 $\angle ODB=90^\circ$ ，

$$\because \angle A=60^\circ,$$

$$\therefore \angle BOC=120^\circ,$$

$$\therefore \angle BOD=60^\circ,$$

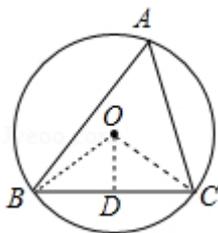
$$\because OB=OC, OD \perp BC,$$

$$\therefore BD=\frac{1}{2}BC=1,$$

$$\therefore OB=\frac{BD}{\sin \angle BOD}=\frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$$\therefore 2OB=\frac{4\sqrt{3}}{3}, \text{ 即 } \triangle ABC \text{ 外接圆的直径是 } \frac{4\sqrt{3}}{3}cm,$$

故选：D.

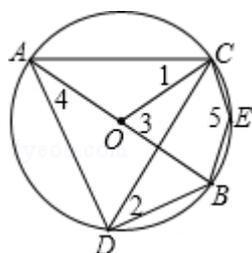


【点评】 本题考查的是三角形的外接圆与外心，掌握三角形的外接圆的概念、圆周角定理、锐角三角函数的定义是解题的关键。

2. 如图，在 $\odot O$ 中，直径 AB 垂直弦 CD ， E 为 BC 弧上一点，下列结论：

- ① $\angle 1 = \angle 2$ ； ② $\angle 3 = 2\angle 4$ ； ③ $\angle 3 + \angle 5 = 180^\circ$.

其中正确的是（ ）



- A. ①③ B. ①② C. ①②③ D. ②③

【分析】 (1) 首先由 $AB \perp CD$ ，推出 $\widehat{BC} = \widehat{BD}$ ，可得 $\angle 2 = \angle BAC$ ， $\angle BAD = \angle BAC$ ，再由 $OC = OA$ ，推出 $\angle 1 = \angle BAC$ ，即可推出 $\angle 1 = \angle 2$ ；

(2) 根据(1)所推出的结论，即可推出 $\angle 4 = \angle 2 = \angle 1 = \angle BAC$ ，然后根据外角的性质可推出 $\angle 3 = \angle 1 + \angle BAC$ ，通过等量代换可得 $\angle 3 = 2\angle 1$ ，即得 $\angle 3 = 2\angle 4$ ；

(3) 根据圆内接四边形的性质可得 $\angle 5 + \angle BAC = 180^\circ$ ，由 $\angle 1 = \angle BAC$ ，可推出 $\angle 3 = 2\angle BAC$ ，通过等量代换可推出 $\angle 5 + \frac{1}{2}\angle 3 = 180^\circ$ ，综上所述，题目中的三个结论中正确的是①②.

【解答】 解：(1) $\because AB \perp CD$,

$$\therefore \widehat{BC} = \widehat{BD},$$

$$\therefore \angle 2 = \angle BAC, \quad \angle BAD = \angle BAC,$$

$$\because OC = OA,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle BAC,$$

$$\therefore \angle 1 = \angle 2,$$

\therefore 结论①正确，

$$(2) \because \widehat{BC} = \widehat{BD},$$

$$\therefore \angle 4 = \angle 2,$$

$$\because \angle 1 = \angle 2 = \angle BAC,$$

$$\therefore \angle 4 = \angle 2 = \angle 1 = \angle BAC,$$

$$\therefore \angle 3 = \angle 1 + \angle BAC = 2\angle 1,$$

$$\therefore \angle 3 = 2\angle 4,$$

\therefore 结论②正确,

(3) \because 四边形 $ACEB$ 为圆的内接四边形,

$$\therefore \angle 5 + \angle BAC = 180^\circ,$$

$$\because \angle BAC = \angle 1, \angle 3 = 2\angle 1,$$

$$\therefore \angle 3 = 2\angle BAC,$$

$$\angle 5 + \frac{1}{2}\angle 3 = 180^\circ,$$

\therefore 结论③错误,

综上所述, 结论①②正确,

故选: B .

【点评】 本题主要考查圆周角定理, 垂径定理, 圆的内接四边形的性质, 三角形的外角的性质等知识点, 关键在于根据相关的性质定理推出相等的角, 然后通过正确的等量代换即可确定正确的结论.

3. 点 $A(-5, 2)$ 关于原点 O 对称的点为 B , 则点 B 的坐标是 ()

- A. $(-5, -2)$ B. $(5, -2)$ C. $(-5, 2)$ D. $(5, 2)$

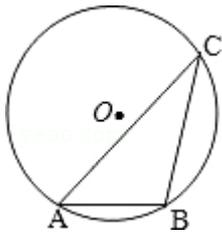
【分析】 根据关于原点对称的点的坐标: 横、纵坐标都互为相反数, 可得答案.

【解答】 解: 点 $A(-5, 2)$, 点 B 与点 A 关于原点 O 对称, 则点 B 的坐标是 $(5, -2)$,

故选: B .

【点评】 本题考查了关于原点对称的点的坐标, 关于原点对称的点的坐标: 横、纵坐标都互为相反数.

4. 如图, $\odot O$ 的弦 AB 等于它的半径, 点 C 在优弧 AB 上, 则 ()



- A. $\angle ACB=30^\circ$ B. $\angle ACB=60^\circ$ C. $\angle ABC=110^\circ$ D. $\angle CAB=70^\circ$

【分析】欲求 $\angle ACB$ ，又可求圆心角 $\angle AOB=60^\circ$ ，可利用圆周角与圆心角的关系求解.

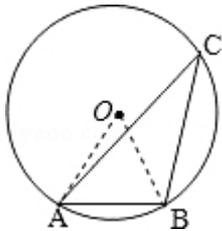
【解答】解：连接 OA 、 OB ，

$$\because AB=OA=OB,$$

$$\therefore \angle AOB=60^\circ,$$

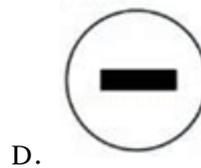
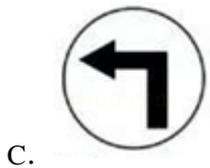
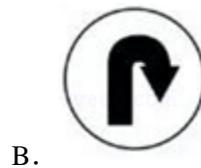
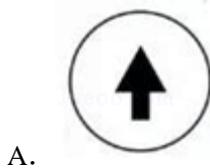
$$\therefore \angle ACB=30^\circ.$$

故选：A.



【点评】本题考查了圆周角定理：在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半.

5. 下列交通标志中，既是轴对称图形又是中心对称图形的是（ ）



【分析】根据中心对称图形和轴对称图形的概念对各选项分析判断即可得解.

【解答】解：A、是轴对称图形，不是中心对称图形，故本选项错误；

B、不是轴对称图形，是中心对称图形，故本选项错误；

C、不是轴对称图形，也不是中心对称图形，故本选项错误；

D、既是轴对称图形又是中心对称图形，故本选项正确.

故选：D.

【点评】本题考查了中心对称图形与轴对称图形的概念. 轴对称图形的关键是寻找对称轴, 图形两部分折叠后可重合, 中心对称图形是要寻找对称中心, 旋转 180 度后两部分重合.

6. 若六边形的边心距为 $\sqrt{3}$, 则这个正六边形的周长为 ()

- A. 6 B. 9 C. 12 D. 18

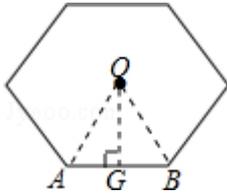
【分析】首先设正六边形的中心是 O , 一边是 AB , 过 O 作 $OG \perp AB$ 与 G , 在直角 $\triangle OAG$ 中, 根据三角函数即可求得边长 AB , 从而求出周长.

【解答】解: 如图, 在 $\text{Rt}\triangle AOG$ 中, $OG = \sqrt{3}$, $\angle AOG = 30^\circ$,

$$\therefore OA = OG \div \cos 30^\circ = \sqrt{3} \div \frac{\sqrt{3}}{2} = 2.$$

这个正六边形的周长 = 12.

故选：C.



【点评】本题考查了正多边形的性质, 在本题中, 注意正六边形的边长等于半径的特点, 进行解题.

7. 已知方程 $x^2 - 3x - k = 0$ 的一个根为 -2 , 那么它的另一个根为 ()

- A. 5 B. 1 C. 3 D. -2

【分析】首先根据根与系数的关系可以得到两根之和, 然后利用两根之和, 可以求出另一个根.

【解答】解: 设 x_1, x_2 是方程 $x^2 - 3x - k = 0$ 的两根,

由题意知 $x_1 + x_2 = -2 + x_2 = 3$,

解得 $x_2 = 5$.

故选：A.

【点评】本题考查了根与系数的关系: x_1, x_2 是一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的两根

$$\text{时, } x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}.$$

8. 同时投掷两个骰子, 点数的和大于 10 的概率为 ()

- A. $\frac{1}{16}$ B. $\frac{1}{12}$ C. $\frac{1}{8}$ D. $\frac{1}{4}$

【分析】用列表法列举出所有情况, 看两个骰子点数的和大于 10 的情况占总情况的多少即

可.

【解答】解：列举如下表：

	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

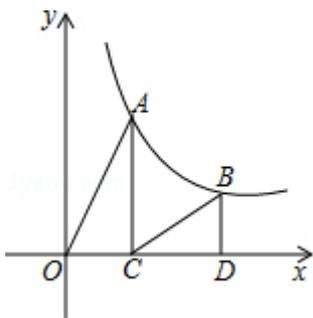
由表可得共有 36 种情况，两个骰子点数的和大于 10 的有 3 种情况，

所以点数的和大于 10 的概率为 $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$.

故选：B.

【点评】此题考查了列表法与树状图法，用到的知识点为：概率 = 所求情况数与总情况数之比.

9. 如图，点 A, B 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 图象上的两点，过点 A, B 分别作 $AC \perp x$ 轴于点 C, $BD \perp x$ 轴于点 D, 连接 OA、BC, 已知点 C (2, 0), $BD = 3$, $S_{\triangle BCD} = 3$, 则 $S_{\triangle AOC}$ 为 ()



A. 2

B. 3

C. 4

D. 6

【分析】根据三角形的面积公式求出 CD, 推出点 B 坐标, 求出 k 的值, 根据反比例函数系数 k 的几何意义即可解决问题;

【解答】解：在 $\text{Rt}\triangle BCD$ 中,

$$\therefore \frac{1}{2} \times CD \times BD = 3,$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times CD \times 3 = 3,$$

$$\therefore CD = 2,$$

$$\therefore C(2, 0),$$

$$\therefore OC = 2,$$

$$\therefore OD = 4,$$

$$\therefore B(4, 3),$$

\therefore 点 B 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 图象上的点,

$$\therefore k = 12,$$

$\therefore AC \perp x$ 轴,

$$\therefore S_{\triangle AOC} = \frac{k}{2} = 6,$$

故选: D .

【点评】 本题考查反比例函数系数 k 的几何意义, 三角形的面积等知识, 解题的关键是熟练掌握基本知识, 属于中考常考题型.

10. 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y = \frac{1}{2}(x+1)^2 - \frac{1}{2}$ 的顶点是 ()

- A. $(1, -\frac{1}{2})$ B. $(-1, \frac{1}{2})$ C. $(-1, -\frac{1}{2})$ D. $(1, \frac{1}{2})$

【分析】 结合抛物线的解析式和二次函数的性质即可得出该抛物线顶点坐标.

【解答】 解: \therefore 抛物线的解析式为 $y = \frac{1}{2}(x+1)^2 - \frac{1}{2}$,

\therefore 该抛物线的顶点坐标为 $(-1, -\frac{1}{2})$.

故选: C .

【点评】 本题考查了二次函数的性质, 解题的关键是根据二次函数的性质直接写出抛物线的顶点坐标. 本题属于基础题, 难度不大, 解决该题型题目时, 利用配方法将二次函数解析式变形为顶点式是关键.

11. 已知反比例函数 $y = \frac{k^2 + 4k + 5}{x}$ 图象上有三点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ 且

$x_1 > x_2 > 0 > x_3$, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系为 ()

- A. $y_1 > y_2 > y_3$ B. $y_1 > y_3 > y_2$ C. $y_2 > y_1 > y_3$ D. $y_2 > y_3 > y_1$

【分析】 根据题目中的函数解析式可以判断该反比例函数的图象和 y 随 x 的变化趋势, 从而可以判断 y_1, y_2, y_3 的大小.

【解答】解：∵ $y = \frac{k^2+4k+5}{x} = \frac{(k+2)^2+1}{x}$, $(k+2)^2+1 \geq 1 > 0$,

∴ 反比例函数 $y = \frac{k^2+4k+5}{x}$ 在每个象限内, y 随 x 的增大而减小,

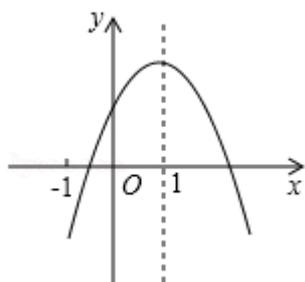
∴ 反比例函数 $y = \frac{k^2+4k+5}{x}$ 图象上有三点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ 且 $x_1 > x_2 > 0 > x_3$,

∴ $y_2 > y_1 > y_3$,

故选: C.

【点评】本题考查反比例函数图象上点的坐标特征, 解答本题的关键是明确题意, 利用反比例函数的性质解答.

12. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的图象如图, 有下列 5 个结论: ① $4a + 2b + c > 0$; ② $abc < 0$; ③ $b < a - c$; ④ $3b > 2c$; ⑤ $a + b < m(am + b)$, ($m \neq 1$ 的实数); 其中正确结论的个数为 ()



A. 2 个

B. 3 个

C. 4 个

D. 5 个

【分析】由抛物线的开口方向判断 a 的符号, 由抛物线与 y 轴的交点判断 c 的符号, 然后根据对称轴及抛物线与 x 轴交点情况进行推理, 进而对所得结论进行判断.

【解答】解: ① 由对称知, 当 $x=2$ 时, 函数值大于 0, 即 $y=4a+2b+c > 0$, 故①正确;

② 由图象可知: $a < 0$, $b > 0$, $c > 0$, $abc < 0$, 故②正确;

③ 当 $x=1$ 时, $y=a+b+c > 0$, 即 $b > -a - c$, 当 $x=-1$ 时, $y=a-b+c > 0$, 即 $b < a+c$, 故③错误;

④ 当 $x=3$ 时函数值小于 0, $y=9a+3b+c < 0$, 且 $x = -\frac{b}{2a} = 1$,

即 $a = -\frac{b}{2}$, 代入得 $9(-\frac{b}{2}) + 3b + c < 0$, 得 $2c < 3b$, 故④正确;

⑤ 当 $x=1$ 时, y 的值最大. 此时, $y=a+b+c$,

而当 $x=m$ 时, $y=am^2+bm+c$,

所以 $a+b+c > am^2+bm+c$,

故 $a+b > am^2+bm$, 即 $a+b > m(am+b)$, 故⑤错误.

综上所述, ①②④正确.

故选: B.

【点评】考查二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 系数符号由抛物线开口方向、对称轴和抛物线与 y 轴的交点、抛物线与 x 轴交点的个数确定.

二、填空题: (本大题 6 个小题, 每小题 4 分, 共 24 分).

13. 如果将抛物线 $y=x^2+2$ 向下平移 1 个单位, 那么所得新抛物线的解析式为 $y=x^2+1$.

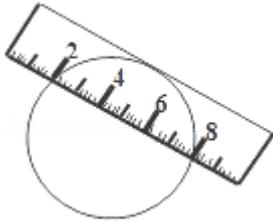
【分析】直接利用二次函数的平移规律得出答案.

【解答】解: 将抛物线 $y=x^2+2$ 向下平移 1 个单位, 那么所得新抛物线的解析式为: $y=x^2+1$.

故答案为: $y=x^2+1$.

【点评】此题主要考查了二次函数的平移变换, 正确掌握平移规律是解题关键.

14. 如图, 一宽为 2cm 的刻度尺在圆上移动, 当刻度尺的一边与圆相切时, 另一边与圆两个交点处的读数恰好为“2”和“8”(单位: cm), 则该圆的半径为 $\frac{13}{4}$ cm .



【分析】根据垂径定理得 BE 的长, 再根据勾股定理列方程求解即可.

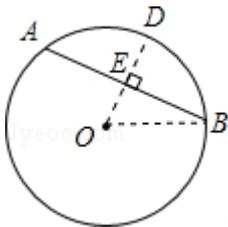
【解答】解: 作 OE 垂直 AB 于 E , 交 $\odot O$ 于 D ,

设 $OB=r$,

根据垂径定理, $BE=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times 6=3\text{cm}$,

根据题意列方程得: $(r-2)^2+9=r^2$, 解得 $r=\frac{13}{4}$,

\therefore 该圆的半径为 $\frac{13}{4}\text{cm}$.



【点评】本题考查了垂径定理的应用及勾股定理, 根据题意得出 $BC=3$ 是解答此题的关键.

15. 含有 4 种花色的 36 张扑克牌的牌面都朝下，每次抽出一张记下花色后再原样放回，洗匀牌后再同，不断重复上述过程，记录抽到红心的频率为 25%，那么其中扑克牌花色是红心的大约有 9 张.

【分析】在同样条件下，大量反复试验时，随机事件发生的频率逐渐稳定在概率附近，可以从比例关系入手求解.

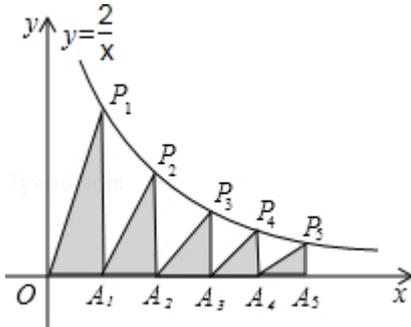
【解答】解：∵共有 36 张扑克牌，红心的频率为 25%，

∴扑克牌花色是红心的张数 = $36 \times 25\% = 9$ 张.

故本题答案为：9.

【点评】部分的具体数目 = 总体数目 \times 相应频率.

16. 如图，在 x 轴的正半轴上依次截取 $OA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = A_4A_5$ ，过点 A_1 、 A_2 、 A_3 、 A_4 、 A_5 分别作 x 轴的垂线与反比例函数 $y = \frac{2}{x}$ ($x \neq 0$) 的图象相交于点 P_1 、 P_2 、 P_3 、 P_4 、 P_5 ，得直角三角形 OP_1A_1 、 $A_1P_2A_2$ 、 $A_2P_3A_3$ 、 $A_3P_4A_4$ 、 $A_4P_5A_5$ ，并设其面积分别为 S_1 、 S_2 、 S_3 、 S_4 、 S_5 ，则 $S_{10} = \underline{\underline{\frac{1}{10}}}$. ($n \geq 1$ 的整数)



【分析】根据反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 中 k 的几何意义再结合图象即可解答.

【解答】解：因为过双曲线上任意一点与原点所连的线段、坐标轴、向坐标轴作垂线所围成的直角三角形面积 S 是个定值， $S = \frac{1}{2}|k| = 1$.

又因为 $OA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = A_4A_5$

所以 $S_1 = \frac{1}{2}|k|$ ， $S_2 = \frac{1}{4}|k|$ ， $S_3 = \frac{1}{6}|k|$ ， $S_4 = \frac{1}{8}|k|$ ， $S_5 = \frac{1}{10}|k| \cdots$

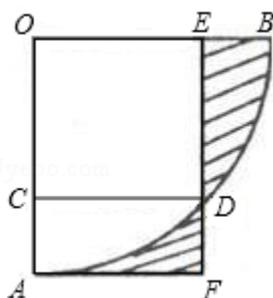
依此类推： S_n 的值为 $\frac{1}{n}$.

当 $n = 10$ 时， $S_{10} = \frac{1}{10}$.

故答案是： $\frac{1}{10}$.

【点评】本题主要考查了反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ 中 k 的几何意义，即过双曲线上任意一点引 x 轴、 y 轴垂线，所得矩形面积为 $|k|$ ，是经常考查的一个知识点；这里体现了数形结合的思想，做此类题一定要正确理解 k 的几何意义。图象上的点与原点所连的线段、坐标轴、向坐标轴作垂线所围成的直角三角形面积 S 的关系即 $S = \frac{1}{2}|k|$ 。

17. 如图，扇形 AOB 的圆心角为 90° ，四边形 $OCDE$ 是边长为 1 的正方形，点 C 、 E 、 D 分别在 OA 、 OB 、 AB 上，过 A 作 $AF \perp ED$ 交 ED 的延长线于点 F ，那么图中阴影部分的面积为 $\sqrt{2}-1$ 。



【分析】从图中可看出阴影部分的面积 = 扇形面积 - 正方形的面积。然后依面积公式计算即可。

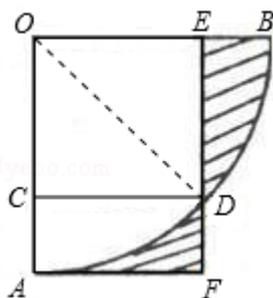
【解答】解：连接 OD ，

$$\text{则 } OD = \sqrt{2} = OA$$

根据题意可知，阴影部分的面积 = 长方形 $ACDF$ 的面积。

$$\therefore S_{\text{阴影}} = S_{ACDF} = AC \cdot CD = (OA - OC) \cdot CD = \sqrt{2} - 1.$$

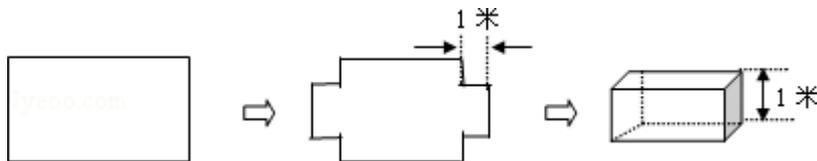
故答案为： $\sqrt{2} - 1$ 。



【点评】主要考查了利用割补法把不规则图形转化成规则图形求解的能力。本题的解题关键是要利用圆的半径相等和勾股定理求出半径的长，再把阴影部分的面积转化为长方形 $ACDF$ 的面积求解。

18. 如图，张大叔从市场上买回一块矩形铁皮，他将此矩形铁皮的四个角各剪去一个边长为

1 米的正方形后，剩下的部分刚好能围成一个容积为 15 米^3 的无盖长方体箱子，且此长方体箱子的底面长比宽多 2 米，现已知购买这种铁皮每平方米需 20 元钱，算一算张大叔购回这张矩形铁皮共花了 700 元钱。



【分析】 设长方体的底面长为 x 米，则底面宽为 $(x - 2)$ 米，由长方体的体积为 15 米^3 建立方程求出其解即可。

【解答】 解：设长方体的底面长为 x 米，则底面宽为 $(x - 2)$ 米，由题意，得 $x(x - 2) \times 1 = 15$ ，

解得： $x_1 = 5$ ， $x_2 = -3$ （舍去）。

底面宽为 $5 - 2 = 3$ 米。

矩形铁皮的面积为： $(5 + 2)(3 + 2) = 35 \text{ 米}^2$ ，

这张矩形铁皮的费用为： $20 \times 35 = 700$ 元。

故答案为：700。

【点评】 本题考查了长方体的体积公式的运用，矩形的面积公式的运用，总价 = 单价 \times 数量的运用，列一元二次方程解实际问题的运用，解答时由长方体的体积公式建立方程求解是关键。

三、解答题：（本大题 2 个小题，每小题 8 分，共 16 分）解答时每小题必须给出必要的演算过程或推理步骤，请将解答书写在答题卡中对应的位置上。

19.（8 分）解方程：

(1) $x^2 - 8x - 1 = 0$

(2) $(x - 2)^2 - 6(x - 2) + 8 = 0$

【分析】 (1) 移项，把方程的常数项移到方程右边，然后方程左右两边加上一项系数一半的平方，则左边的完全平方式，右边是常数，即可开方求解；

(2) 把 $x - 2$ 看作整体，因而可以用因式分解法求解，也可以设 $x - 2 = a$ ，利用换元法解方程即可。

【解答】 解：(1) $x^2 - 8x = 1$ ，

$$x^2 - 8x + 16 = 17,$$

$$(x - 4)^2 = 17,$$

$$x-4=\pm\sqrt{17},$$

$$\therefore x_1=4+\sqrt{17}, x_2=4-\sqrt{17}.$$

(2) 解法一：将方程变形为： $(x-2-2)(x-2-4)=0$,

$$\therefore x_1=6, x_2=4.$$

解法二：设 $x-2=a$ ，则原方程变为： $a^2-6a+8=0$,

$$(a-2)(a-4)=0,$$

$$a_1=2, a_2=4,$$

$$\therefore x_1=4, x_2=6.$$

【点评】本题综合考查了解一元二次方程的多种方法，配方法、因式分解法，换元法，需同学们熟练掌握.

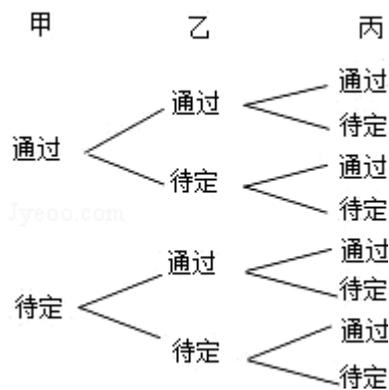
20. (8分) 在电视台举行的“超级女生”比赛中，甲、乙、丙三位评委对选手的综合表现，分别给出“待定”或“通过”的结论.

(1) 写出三位评委给出 A 选手的所有可能的结论；

(2) 对于选手 A，只有甲、乙两位评委给出相同结论的概率是多少？

【分析】依据题意先用列表法或画树状图法分析所有等可能的出现结果，然后根据概率公式求出该事件的概率.

【解答】解：(1) 画出树状图来说明评委给出 A 选手的所有可能结果：



(2) 由上可知评委给出 A 选手所有可能的结果有 8 种.

对于 A 选手，“只有甲、乙两位评委给出相同结论”有 2 种，即“通过 - 通过 - 待定”、“待定 - 待定 - 通过”，所以对于 A 选手“只有甲、乙两位评委给出相同结论”的概率是 $\frac{1}{4}$.

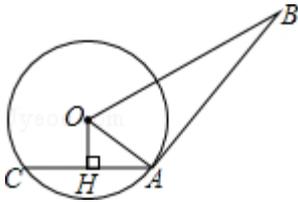
【点评】本题考查的是用列表法或画树状图法求概率. 列表法或画树状图法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，适合于两步完成的事件. 用到的知识点为：概率 = 所求情况

数与总情况数之比.

四、解答题：(本大题 4 个小题，每小题 10 分，共 40 分) 解答时每小题必须给出必要的演算过程或推理步骤，请将解答书写在答题卡中对应的位置上.

21. (10 分) 如图, AB 是 $\odot O$ 的切线, A 为切点, AC 是 $\odot O$ 的弦, 过 O 作 $OH \perp AC$ 于点 H . 若 $OH=3$, $AB=8$, $BO=10$. 求:

- (1) $\odot O$ 的半径;
- (2) 弦 AC 的长 (结果保留根号).



【分析】 (1) 在 $\text{Rt}\triangle OAB$ 中, 利用勾股定理, 即可求解;

(2) 在 $\text{Rt}\triangle OAH$ 中, 利用勾股定理求 AH 的长度, 即可求解.

【解答】 解: (1) $\because AB$ 是 $\odot O$ 的切线,

$$\therefore OA \perp AB,$$

$$\therefore \angle OAB = 90^\circ,$$

$$OA = \sqrt{(OB)^2 - (AB)^2} = \sqrt{100 - 64} = 6,$$

即圆的半径为 6;

(2) $\because OH \perp AC$,

$$\therefore CH = AH,$$

$$\therefore AC = 2AH,$$

$$\therefore AH = \sqrt{OA^2 - OH^2} = \sqrt{36 - 9} = 3\sqrt{3},$$

则: $AC = 6\sqrt{3}$.

【点评】 本题利用了切线的性质和勾股定理解决问题, 解题的关键是灵活运用所学知识解决问题, 属于中考常考题型.

22. (10 分) 已知关于 x 的方程 $x^2 - 2(m+1)x + m^2 = 0$

- (1) 当 m 取何值时, 方程有两个实数根;
- (2) 为 m 选取一个适合的整数, 使方程有两个不相等的实数根, 并求出这两个实数根.

【分析】 (1) 根据根的判别式 $\Delta = 0$ 时, 方程有两个相等的实数根求 m 的值即可;

(2) 根据根的判别式 $\Delta > 0$ 时, 方程有两个不相等的实数根列出不等式, 求 m 的取值范围,

再得出整数 m 的值.

【解答】解：(1) \because 方程有两个实数根，

$$\therefore \Delta = 0,$$

$$\text{即 } 4(m+1)^2 - 4m^2 = 0,$$

$$\therefore m = -\frac{1}{2};$$

(2) \because 方程有两个不相等实数根，

$$\therefore \Delta > 0,$$

$$\text{即 } 4(m+1)^2 - 4m^2 > 0,$$

$$\therefore m > -\frac{1}{2};$$

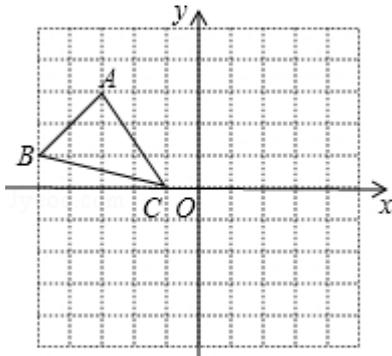
令 $m=0$ ，代入方程得 $x^2 - 2x = 0$

$$\therefore x_1 = 0, x_2 = 2.$$

【点评】本题考查了根的判别式，掌握一元二次方程根的判别式大于 0，方程有两个不相等的实数根是解题的关键.

23. (10 分) 已知网格上最小的正方形的边长为 1，如图所示建立直角坐标系.

- (1) 分别写出 A 、 B 、 C 三点的坐标；
- (2) 作 $\triangle ABC$ 关于原点 O 的对称图形 $\triangle A'B'C'$ (不写作法)；
- (3) 求 $\triangle ABC$ 的面积.



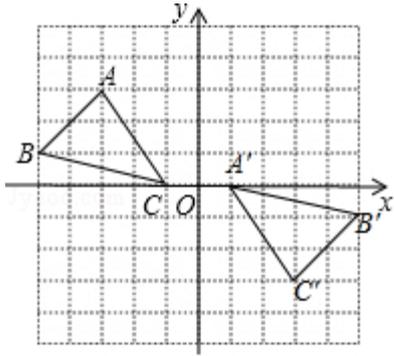
【分析】(1) 利用点的坐标表示方法写出 A 、 B 、 C 三点的坐标；

(2) 利用关于原点对称的点的坐标特征写出 A' 、 B' 、 C' 点的坐标，然后描点即可；

(3) 用一个矩形的面积分别减去三个三角形的面积可计算出 $\triangle ABC$ 的面积.

【解答】解：(1) $A(-3, 3)$ 、 $B(-5, 1)$ 、 $C(-1, 0)$ ；

(2) 如图， $\triangle A'B'C'$ 为所作；



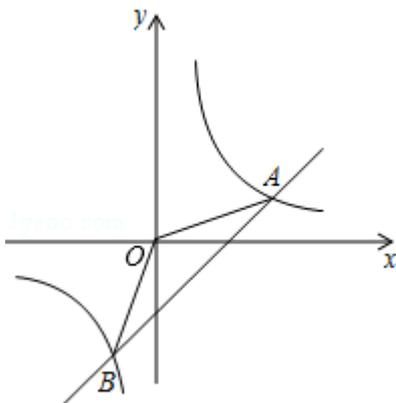
(3) $\triangle ABC$ 的面积 $= 3 \times 4 - \frac{1}{2} \times 2 \times 3 - \frac{1}{2} \times 4 \times 1 - \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 5$.

【点评】 本题考查了作图 - 旋转变换：根据旋转的性质可知，对应角都相等都等于旋转角，对应线段也相等，由此可以通过作相等的角，在角的边上截取相等的线段的方法，找到对应点，顺次连接得出旋转后的图形。

24. (10分) 如图，反比例函数 $y_1 = \frac{k}{x}$ 的图象与一次函数 $y_2 = x - 2$ 的图象交于点 $A(a, 2)$

和点 B ，连接 OA ， OB 。

- (1) 求反比例函数的解析式和点 B 的坐标；
- (2) 求 $\triangle AOB$ 的面积；
- (3) 观察图象，直接写出满足 $y_1 > y_2$ 的实数 x 的取值范围。



- 【分析】** (1) 将点 A 坐标代入两个解析式可求反比例函数解析式和点 B 坐标；
 (2) 由题意可得一次函数与 y 轴的交点，根据三角形的面积公式可求 $\triangle AOB$ 的面积；
 (3) 根据图象可求解。

【解答】 解：(1) \because 点 A 在一次函数 $y_2 = x - 2$ 的图象上，

$$\therefore 2 = a - 2$$

$$\therefore a = 4$$

\therefore 点 A 坐标 $(4, 2)$

∵点 A 在反比例函数图象上,

$$\therefore k=2 \times 4=8,$$

$$\therefore \text{反比例函数解析式为: } y=\frac{8}{x}$$

$$\therefore \begin{cases} y=x-2 \\ y=\frac{8}{x} \end{cases}$$

$$\text{解得: } \begin{cases} x=4 \\ y=2 \end{cases}, \begin{cases} x=-2 \\ y=-4 \end{cases}$$

∴点 B (-2, -4)

(2) ∵一次函数 $y_2=x-2$ 的图象与 y 轴相交,

∴交点坐标 (0, -2)

$$\therefore S_{\triangle AOB}=\frac{1}{2} \times 2 \times 2+\frac{1}{2} \times 2 \times 4=6$$

(3) 由图象可得: 当 $x < -2$ 或 $0 < x < 4$ 时, $y_1 > y_2$.

【点评】 本题考查了反比例函数与一次函数的交点问题, 待定系数法求解析式, 函数图象的性质, 熟练掌握函数图象上点的坐标满足函数解析式是本题的关键.

五、解答题: (本大题 2 个小题, 25 小题 10 分, 26 小题 12 分, 共 22 分) 解答时每小题必须给出必要的演算过程或推理步骤, 请将解答书写在答题卡中对应的位置上.

25. (10 分) 阅读题.

材料一: 若一个整数 m 能表示成 $a^2 - b^2$ (a, b 为整数) 的形式, 则称这个数为“完美数”. 例如, $3=2^2 - 1^2$, $9=3^2 - 0^2$, $12=4^2 - 2^2$, 则 3, 9, 12 都是“完美数”; 再如, $M=x^2+2xy = (x+y)^2 - y^2$, (x, y 是整数), 所以 M 也是“完美数”.

材料二: 任何一个正整数 n 都可以进行这样的分解: $n=p \times q$ (p, q 是正整数, 且 $p \leq q$). 如果 $p \times q$ 在 n 的所有这种分解中两因数之差的绝对值最小, 我们就称 $p \times q$ 是 n 的最佳分解, 并且规定 $F(n) = \frac{p}{q}$. 例如 $18=1 \times 18=2 \times 9=3 \times 6$, 这三种分解中 3 和 6 的差的绝对值最小, 所以就有 $F(18) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$. 请解答下列问题:

绝对值最小, 所以就有 $F(18) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$. 请解答下列问题:

(1) 8 是 (填写“是”或“不是”) 一个完美数, $F(8) = \frac{1}{2}$.

(2) 如果 m 和 n 都是“完美数”, 试说明 mn 也是完美数”.

(3) 若一个两位数 n 的十位数和个位数分别为 x, y ($1 \leq x \leq y \leq 9$), n 为“完美数”且 $x+y$ 能够被 8 整除, 求 $F(n)$ 的最大值.

【分析】 (1) 利用“完美数”和最佳分解的定义可得;

(2) 设 $m=a^2-b^2$, $n=c^2-d^2$, 其中 a, b, c, d 均为整数, 利用配方法, 将 mn 所表示的式子配成完美数, 可说明结论成立;

(3) 两个一位数相加能够被 8 整除, 所以 $x+y=8$ 或 16, 这样可得正整数 n 为 79 或 97 或 88 或 71 或 17 或 26 或 62 或 35 或 53 或 44, 根据 n 为“完美数”, 可把 26 和 62 舍去, 再由最佳分解分别计算 $F(n)$ 的值即可.

【解答】解: (1) $\because 8=3^2-1^2$,

$\therefore 8$ 是一个完美数,

$$\because 8=1 \times 8=2 \times 4,$$

$$\therefore F(8) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2},$$

故答案为: 是, $\frac{1}{2}$;

(2) 设 $m=a^2-b^2$, $n=c^2-d^2$, 其中 a, b, c, d 均为整数,

$$\text{则 } mn = (a^2-b^2)(c^2-d^2),$$

$$= a^2c^2 - a^2d^2 - b^2c^2 + b^2d^2,$$

$$= (a^2c^2 + 2abcd + b^2d^2) - (a^2d^2 + 2abcd + b^2c^2),$$

$$= (ac+bd)^2 - (ad+bc)^2,$$

$\because a, b, c, d$ 均为整数,

$\therefore ac+bd$ 与 $ad+bc$ 也是整数, 即 mn 是“完美数”.

(3) $\because x+y$ 能够被 8 整除, 且 $1 \leq x \leq y \leq 9$, x, y 都是整数,

$$\therefore x+y=8 \text{ 或 } 16,$$

$$\therefore n=79 \text{ 或 } 97 \text{ 或 } 88 \text{ 或 } 71 \text{ 或 } 17 \text{ 或 } 26 \text{ 或 } 62 \text{ 或 } 35 \text{ 或 } 53 \text{ 或 } 44,$$

$\because n$ 为“完美数”,

$$\therefore n \text{ 为 } 79 \text{ 或 } 97 \text{ 或 } 88 \text{ 或 } 71 \text{ 或 } 17 \text{ 或 } 35 \text{ 或 } 53 \text{ 或 } 44,$$

$$\text{其中, } 79=1 \times 79, F(79) = \frac{1}{79},$$

$$97=1 \times 97, F(97) = \frac{1}{97},$$

$$88=1 \times 88=2 \times 44=4 \times 22=11 \times 8, F(88) = \frac{8}{11},$$

$$71=1 \times 71, F(71) = \frac{1}{71},$$

$$17=1 \times 17, F(17) = \frac{1}{17},$$

$$35=1 \times 35=5 \times 7, F(35)=\frac{5}{7},$$

$$53=1 \times 53, F(53)=\frac{1}{53},$$

$$44=1 \times 44=2 \times 22=4 \times 11, F(44)=\frac{4}{11},$$

$\therefore F(n)$ 的最大值是 $\frac{8}{11}$.

故答案为: $\frac{8}{11}$.

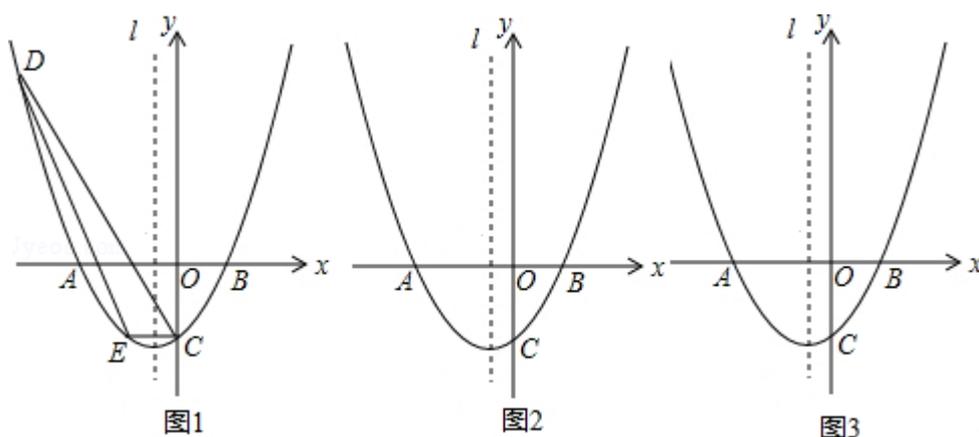
【点评】 本题考查了因式分解的应用, 完全平方公式的运用, 阅读理解题目表述的意思是本题的关键.

26. (12分) 如图, 在平面直角坐标系中, 抛物线 $y=x^2+2x-3$ 与 x 轴交于 A, B 两点 (点 A 在点 B 的左侧), 与 y 轴交于点 C , 对称轴为直线 l , 点 $D(-4, n)$ 在抛物线上.

(1) 求直线 CD 的解析式;

(2) E 为直线 CD 下方抛物线上的一点, 连接 EC, ED , 当 $\triangle ECD$ 的面积最大时, 在直线 l 上取一点 M , 过 M 作 y 轴的垂线, 垂足为点 N , 连接 EM, BN , 若 $EM=BN$ 时, 求 $EM+MN+BN$ 的值.

(3) 将抛物线 $y=x^2+2x-3$ 沿 x 轴正方向平移得到新抛物线 y' , y' 经过原点 O , y' 与 x 轴的另一个交点为 F , 设 P 是抛物线 y' 上任意一点, 点 Q 在直线 l 上, $\triangle PFQ$ 能否成为以点 P 为直角顶点的等腰直角三角形? 若能, 直接写出点 P 的坐标, 若不能, 请说明理由.



【分析】 (1) 求出 C, D 两点坐标, 利用待定系数法即可解决问题;

(2) 如图 1 中, 过点 E 作 $EG \parallel y$ 轴交直线 CD 于 G . 设 $E(m, m^2+2m-3)$. 则 $G(m, -2m-3)$, $GE = -m^2 - 4m$. 根据 $S_{\triangle EDC} = \frac{1}{2} \cdot EG \cdot |D_x| = \frac{1}{2} (-m^2 - 4m) \times 4 = -2(m+2)$

$^2+8$, 可知 $m = -2$ 时, $\triangle DEC$ 的面积最大, 此时 $E(-2, -3)$, 再证明 $\text{Rt}\triangle EHM \cong \text{Rt}\triangle BON$ 即可解决问题;

(3) 存在. 如图 2 中. 作 $P_1M \perp x$ 轴于 M , $P_1N \perp$ 对称轴 l 于 N . 对称轴 l 交 OA 于 K , 由 $\triangle P_1MF \cong \triangle P_1NQ$, 推出 $P_1M = P_1N$, 推出点 P 在 $\angle MKN$ 的角平分线上, 只要求出直线 KP_1 的解析式, 构建方程组即可解决问题, 同法可求 P_3, P_4 .

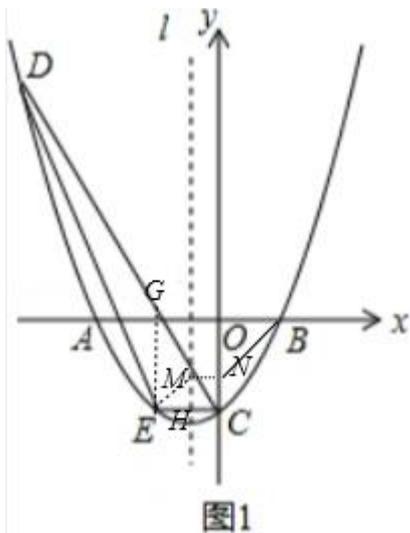
【解答】解: (1) 由题意 $C(0, -3), D(-4, 5)$,

设直线 CD 的解析式为 $y = kx + b$, 则有 $\begin{cases} b = -3 \\ -4k + b = 5 \end{cases}$

解得 $\begin{cases} k = -2 \\ b = -3 \end{cases}$,

\therefore 直线 CD 的解析式为 $y = -2x - 3$.

(2) 如图 1 中, 过点 E 作 $EG \parallel y$ 轴交直线 CD 于 G . 设 $E(m, m^2 + 2m - 3)$. 则 $G(m, -2m - 3)$, $GE = -m^2 - 4m$.



$$\therefore S_{\triangle DEC} = \frac{1}{2} \cdot EG \cdot |D_x| = \frac{1}{2} (-m^2 - 4m) \times 4 = -2(m+2)^2 + 8,$$

$$\because -2 < 0,$$

$\therefore m = -2$ 时, $\triangle DEC$ 的面积最大, 此时 $E(-2, -3)$,

$\because C(0, -3)$,

$\therefore EC \parallel AB$, 设 CE 交对称轴于 H ,

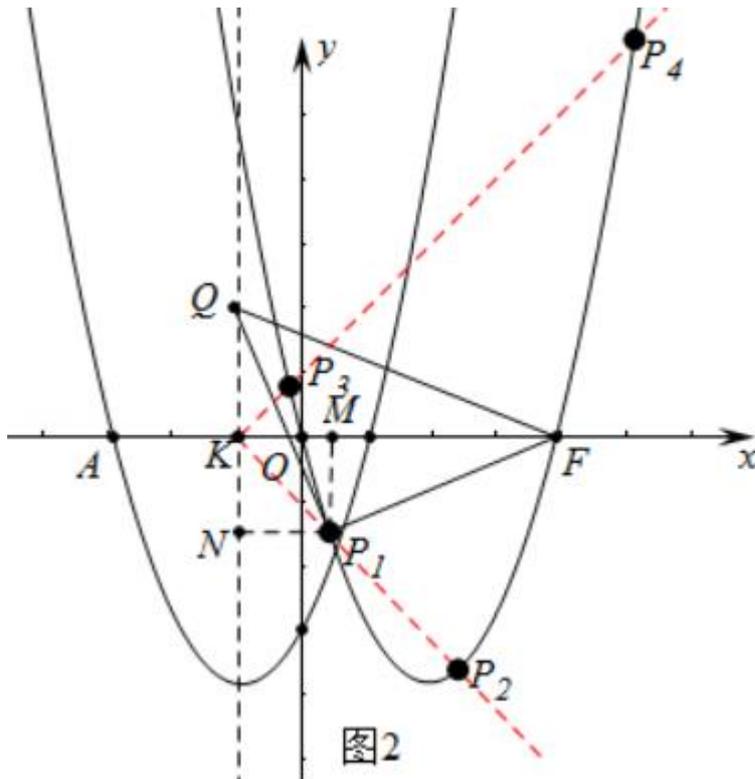
$\because B(1, 0)$,

$\therefore EH = OB = 1, \therefore EM = BN$,

$\therefore \text{Rt}\triangle EHM \cong \text{Rt}\triangle BON$,

$$\begin{aligned} \therefore MH=ON &= \frac{1}{2}OC = \frac{3}{2}, \\ \therefore EM=BN &= \sqrt{1^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{13}}{2}, \\ \therefore EM+MN+BN &= 1 + \sqrt{13}. \end{aligned}$$

(3) 存在. 如图 2 中. 作 $P_1M \perp x$ 轴于 M , $P_1N \perp$ 对称轴 l 于 N . 对称轴 l 交 OA 于 K ,



由 $P_1Q=P_1F$, $\angle QP_1F=90^\circ$, 可得 $\triangle P_1MF \cong \triangle P_1NQ$,

$$\therefore P_1M=P_1N,$$

\therefore 点 P 在 $\angle MKN$ 的角平分线上,

\therefore 直线 KP_1 的解析式为 $y = -x - 1$, 抛物线 y' 的解析式为 $y = x^2 - 4x$,

$$\text{由 } \begin{cases} y = -x - 1 \\ y = x^2 - 4x \end{cases}, \text{ 解得 } \begin{cases} x = \frac{3+\sqrt{5}}{2} \\ y = \frac{-5-\sqrt{5}}{2} \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x = \frac{3-\sqrt{5}}{2} \\ y = \frac{-5+\sqrt{5}}{2} \end{cases}$$

$$\therefore P_1 \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}, \frac{-5-\sqrt{5}}{2} \right), P_2 \left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}, \frac{-5+\sqrt{5}}{2} \right),$$

同法可知, 直线 $y=x+1$ 与抛物线的交点 P_3, P_4 也符合条件.

$$\text{由} \begin{cases} y=x+1 \\ y=x^2-4x \end{cases}, \text{解得} \begin{cases} x=\frac{5+\sqrt{29}}{2} \\ y=\frac{7+\sqrt{29}}{2} \end{cases} \text{或} \begin{cases} x=\frac{5-\sqrt{29}}{2} \\ y=\frac{7-\sqrt{29}}{2} \end{cases},$$

$$\therefore P_3 \left(\frac{5+\sqrt{29}}{2}, \frac{7+\sqrt{29}}{2} \right), P_4 \left(\frac{5-\sqrt{29}}{2}, \frac{7-\sqrt{29}}{2} \right),$$

综上所述, 满足条件的点 P 坐标为 $\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}, \frac{-5-\sqrt{5}}{2} \right)$ 或 $\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}, \frac{-5+\sqrt{5}}{2} \right)$ 或 $\left(\frac{5+\sqrt{29}}{2}, \frac{7+\sqrt{29}}{2} \right)$ 或 $\left(\frac{5-\sqrt{29}}{2}, \frac{7-\sqrt{29}}{2} \right)$.

【点评】 本题考查二次函数综合题、平移变换、一次函数的应用、全等三角形的判定和性质等知识, 解题的关键是学会添加常用辅助线, 构造全等三角形解决问题, 学会构建二次函数解决最值问题, 学会利用方程组确定厉害函数的交点坐标, 属于中考压轴题.